



Nota Técnica 277

Fator Modificador de Acidente

(Crash Modification
Factor - CMF):
Definição e Discussão

Ming, Hsien Sun

Maio de 2022



1. PREÂMBULO

A questão da segurança viária é um dos problemas mais emblemáticos e difíceis de se solucionar na Engenharia de Tráfego. Em vários aspectos, a segurança viária ainda não é um assunto totalmente resolvido.

As principais questões envolvendo a segurança viária são:

- Estimativa de benefício em termos de redução de acidentes na implementação de contramedidas.
- Comparação de benefício-custo de implementação de diferentes contramedidas.
- Estimativa do impacto na segurança viária de implementação de contramedidas em estudos observacionais do tipo “antes-depois”.
- Ranqueamento de locais perigosos (pontos críticos).
- Determinação de valores limites para critérios de implantação de dispositivos de tráfego (por exemplo, critérios de implantação de semáforos).

Não é recomendável que, em estudos sobre segurança viária, seja considerado o número observado de acidentes como uma grandeza determinística, ignorando a sua natureza randômica.

De fato, o índice de acidentes (uma grandeza observável) é a grandeza mais simples e direta que pode ser utilizada em estudos envolvendo a segurança viária de um local em análise. Um grande problema associado ao seu uso, porém, é a sua alta instabilidade, por ser o acidente um evento raro e aleatório.

As variações bruscas que ocorrem com estes índices podem nada ter a ver com as causas ou fatores associados a risco de ocorrência de acidentes e sim com uma variabilidade associada às observações. Flutuações aleatórias com a ocorrência de um ou dois casos, a mais ou a menos, em um determinado período de tempo, causam variações substanciais no índice de acidentes. Além disso, em locais onde não ocorreu nenhum acidente, o risco de ocorrência de acidentes seria estimado como zero, algo irreal pois o risco sempre existe.

Estimativas de risco de acidentes baseadas exclusivamente no índice de acidentes são de difícil interpretação e frequentemente geram falsas conclusões.

Assim, devido à natureza randômica do fenômeno, além do número observado de acidentes, deve-se considerar uma outra grandeza, aqui denominada de “número verdadeiro” de acidentes, conforme segue:

- Número observado de acidentes: é o número de acidentes registrado no histórico de acidentes.
- “Número verdadeiro” de acidentes: é o número de acidentes que não estão vinculados às flutuações do acaso, sendo decorrentes dos fatores de risco e que contribuem para a sua ocorrência.

Assim, para questões como estudos de benefício-custo, “antes-depois” etc. não se deve considerar o número observado de acidentes, mas o “número verdadeiro”. Enquanto o primeiro oscila aleatoriamente, o segundo tem uma vinculação direta com as causas ou fatores que contribuem com o acidente.

Entretanto, enquanto o número observado de acidentes é uma grandeza observável, o número “verdadeiro” de acidentes não pode ser conhecido, não sendo observável.

Assim, a questão se resume em estimar o “número verdadeiro” de acidentes. A estimativa do “número verdadeiro” de acidentes é denominada de “número esperado de acidentes” ou “número estimado de acidentes”.

Por exemplo, o ranqueamento de pontos críticos deve ser feito com base no número esperado de acidentes e não no número observado de acidentes.

Os acidentes, por serem eventos aleatórios, sofrem forte influência da regressão para a média¹. A regressão para a média é um fenômeno em que, se uma grandeza aleatória apresenta um valor alto numa medida, ela tenderá a sofrer uma queda no seu valor numa medida seguinte e vice-versa. Assim, se num determinado ano um local teve um aumento de acidentes, é possível que no ano seguinte o número de acidentes caia, sem que nenhuma medida tenha sido implementada, simplesmente pelo efeito da regressão para a média. Desse modo, se o critério do ranqueamento se basear exclusivamente no histórico de acidentes, a ordem ou a posição de cada local no “*ranking*” pode ficar dependendo de qual o período em que será considerado o índice de acidentes: se num período de “alta” ou se num período de “baixa” de cada local. É possível que um local esteja no período de “alta”, enquanto outro esteja num período de “baixa”.

Da mesma forma que o ranqueamento, para as demais aplicações envolvendo a segurança viária, deve-se sempre considerar o número esperado de acidentes.

A estimativa do número “verdadeiro” de acidentes é feita com base no número observado de acidentes.

Quando se usa diretamente o número observado de acidentes em estudos de segurança viária, está se assumindo, implicitamente, que o “número verdadeiro” de acidentes é estimado como sendo igual ao número observado de acidentes, isto é:

$$\text{Número esperado de acidentes} = \text{Número observado de acidentes}$$

Entretanto, essa não é uma estimativa razoável, pois, boa parcela do número observado de acidentes é devida ao puro acaso, não tendo nenhuma relação direta com os fatores que contribuem para os acidentes, os quais a contramedida a ser implementada pretende atenuar ou minimizar.

Outra questão importante a considerar é a identificação de “acidentes-alvo” (*target accidents*). Acidente-alvo é o tipo de acidente que se deseja reduzir com a implementação de alguma contramedida. Por exemplo, para reduzir o número de acidentes que ocorrem à noite pode-se cogitar pela implantação de um projeto de iluminação. Neste caso, para a realização de um estudo “antes-depois”, por exemplo, deve-se considerar apenas os acidentes que ocorrem no período noturno e não o total de acidentes, pois os acidentes que ocorrem de dia não são afetados pela implementação da medida. Assim, atenção especial deve ser dedicada para identificar quais são os acidentes-alvo, isto é, que tipos de acidentes são afetados pela implementação da medida. Por simplicidade, o acidente-alvo será designado simplesmente como “acidente” ao longo do presente trabalho.

Um problema recorrente é saber a priori o impacto na redução de acidentes na implementação de contramedidas específicas. Uma ação somente deve ser implementada tendo-se a certeza de que irá gerar um benefício que seja significativo. Para tanto, a decisão de implantar ou não a ação deve-se basear na previsão do seu efeito na redução de acidentes. A previsão do efeito de uma ação futura pode se basear no efeito de ações semelhantes implantadas no passado.

Uma ferramenta para fazer a previsão do efeito de ações futuras pode ser o CMF, constituído por um banco de dados com os resultados de ações implantadas no passado e documentadas por artigos de pesquisas publicadas na literatura. O CMF será detalhado nas seções seguintes: a Seção 2 explica o que é CMF enquanto a Seção 3 faz uma análise do artigo “*Crash Modification Factors: Foundational Issues*” [14] com uma discussão sobre a possibilidade de transferência de resultados de implantações feitas em outros locais no passado para uma implantação futura.

¹ O assunto sobre regressão para a média pode ser visto mais detalhadamente na Nota Técnica 224: O Fenômeno da Regressão para a Média em Estudos Observacionais de Segurança de Tráfego do Tipo “Antes – Depois” [77].

2. O QUE É CMF

O “Fator Modificador de Acidente” é uma expressão que vem do inglês “*Crash Modification Factor*”, cuja sigla é CMF.

Existe na literatura uma extensa bibliografia sobre o assunto. Por exemplo, uma parte completa do *Highway Safety Manual – HSM* [6] (*Part D*²) é dedicado a CMFs. A Seção 6 do presente trabalho fornece uma relação bibliográfica sobre o tema.

Neste trabalho, serão utilizados trechos de textos, transcritos em tradução livre, encontrados na própria literatura, para explicar o que são CMFs.

Segundo a página do *Arizona Department of Transportation – ADOT* [1]:

Um Fator Modificador de Acidente (CMF) é um fator usado para calcular o número esperado de acidentes após a implementação de uma determinada contramedida em um local específico. É definido como a razão entre a frequência de acidentes esperada com a melhoria sobre aquela sem a melhoria.

O CMF *Clearinghouse* [2] contém um banco de dados de CMFs baseado na *Web*, juntamente com a documentação de suporte, para ajudar os engenheiros de transporte a identificar a contramedida mais apropriada para suas necessidades de segurança viária. O CMF *Clearinghouse* [2] compila CMFs documentados, fornecendo um banco de dados que pode ser facilmente consultado para identificar CMFs para atender às necessidades de um usuário. Usando o site, é possível pesquisar CMFs ou enviar seus próprios CMFs para serem incluídos no *Clearinghouse*. O CMF *Clearinghouse* [2] é mantido pelo *UNC Highway Safety Research Center* com financiamento do *Federal Highway Administration – FHWA*.

Segundo a página *Crash Modification Factors Clearinghouse: About CMFs* [3] do site do CMF *Clearinghouse* [2]:

Um Fator Modificador de Acidente (CMF) é um fator multiplicativo usado para calcular o número esperado de acidentes após a implementação de uma determinada contramedida em um local específico.

Por exemplo, um cruzamento apresenta 100 colisões angulares e 500 colisões traseiras por ano. Se for aplicada uma contramedida com CMF de 0,80 para colisões angulares, seriam esperadas 80 colisões angulares por ano após a implementação da contramedida ($100 \times 0,80 = 80$). Se a mesma contramedida também tiver um CMF de 1,10 para colisões traseiras, também seriam esperadas 550 colisões traseiras por ano após a implementação da contramedida ($500 \times 1,10 = 550$).

A CMF *Clearinghouse* [2] apresenta CMFs e CRFs (*Crash Reduction Factors*).

A principal diferença entre CRF e CMF é que CRF fornece uma estimativa do percentual de redução de acidentes, enquanto o CMF é um fator multiplicativo usado para calcular o número esperado de acidentes após a implementação de uma determinada melhoria. Ambos os termos são apresentados no *Clearinghouse* porque ambos são amplamente utilizados no campo da segurança viária.

Matematicamente, $CMF = 1 - CRF$. Por exemplo, se for esperado que uma contramedida reduza o número de acidentes em 23% (ou seja, o CRF é 0,23), o CMF será $1 - 0,23 = 0,77$. Por outro lado, se for esperado que o tratamento aumente o número de acidentes em 23% (ou seja, o CRF é -0,23), o CMF será $1 - (-0,23) = 1,23$.

É importante notar que um CMF representa a variação esperada a longo prazo em acidentes e esta estimativa é baseada no histórico de acidentes em um número limitado de locais de estudo. A variação real pode divergir.

² O HSM [6] é composto por 4 partes: A, B, C e D.

Conforme o documento do FHWA “*Crash Modification Factors (CMFs)*” [7]:

Profissionais de segurança viária têm conduzido vários estudos para medir o potencial de redução de acidentes de vários tipos de melhorias de segurança. Muitas dessas estimativas foram desenvolvidas comparando acidentes no período “antes” da implementação da melhoria com o período “depois” da implementação. A variação medida de acidentes é usada para desenvolver um “fator modificador de acidente”, ou CMF. Um CMF é um fator multiplicativo usado para calcular o número esperado de acidentes após a implementação de uma determinada contramedida em um local específico.

A aplicação de CMFs requer uma avaliação de suas fontes e limitações. A *CMF Clearinghouse* [2] contém mais de 3.000 CMFs, cada um desenvolvido por meio de um ou mais estudos de segurança. A *Clearinghouse* fornece um banco de dados de CMFs, além de informações básicas sobre a sua fonte ou origem. O usuário pode utilizar as ferramentas de busca disponíveis na *Clearinghouse* para encontrar os CMFs que correspondem à instalação onde tem necessidade de melhoria de segurança: por exemplo, interseções ou segmentos de via. Cada CMF tem uma “classificação por estrelas” indicando a qualidade ou confiança nos resultados do estudo que produziu o CMF. Um número maior de estrelas indica uma melhor classificação, sendo que cinco estrelas representam a melhor qualidade de pesquisa para o CMF. Cada CMF é suportado por um estudo, juntamente com o impacto da contramedida na gravidade do acidente, tipos de acidente e onde a contramedida foi implantada (por exemplo, área rural ou urbana).

O *Highway Safety Manual – HSM* [6] e o *CMF Clearinghouse* [2] também fornecem instruções sobre como calcular os efeitos combinados da aplicação de várias melhorias de segurança viária. Nesses casos, os CMFs são normalmente multiplicados para estimar o efeito combinado de contramedidas independentes, como instalar grupos focais de pedestres e faixa de conversão à esquerda em uma interseção semafórica.

O HSM [6] recomenda que os usuários multipliquem não mais que 3 CMFs para estimar o efeito combinado de múltiplas melhorias de segurança. Os usuários são alertados sobre a multiplicação de CMFs para contramedidas direcionadas ao mesmo tipo de acidente, como o uso de canteiros ou barreiras e acostamentos em uma curva para reduzir os acidentes de saída de uma via. Essa prática pode superestimar os benefícios dos tratamentos combinados. Nesse caso, cautela e julgamento de engenharia devem ser exercidos.

De acordo com o documento “*Introduction to Crash Modification Factors*” [8]:

O fator modificador de acidente (CMF) é uma medida da eficácia de um determinado tratamento ou elemento de projeto na segurança viária.

CMFs são usados para estimar o número de acidentes com tratamento com base no número estimado de acidentes na situação sem tratamento, conforme mostrado pela Expressão:

$$a = CMF * b$$

sendo:

a = Número estimado de acidentes com o tratamento

b = Número estimado de acidentes sem o tratamento

CMF = Fator modificador de acidente

Um CMF menor que 1,0 indica que um tratamento tem o potencial de reduzir acidentes.

Exemplo: Um CMF para a instalação de faixas vibratórias em áreas rurais coletoras foi estimado em 0,86³. Este CMF indica que a frequência de acidentes com o tratamento é estimada em 86% da frequência estimada de

³ Esse resultado é obtido do artigo “*Crash Reduction Following Installation of Centerline Rumble Strips on Rural Two-Lane Roads*” [9].

acidentes sem o tratamento. Em outras palavras, o CMF indica que haverá uma redução de 14% na frequência estimada de acidentes com o tratamento (no caso com a instalação de linhas vibratórias em áreas rurais).

Um CMF maior que 1,0 indica que um tratamento tem o potencial de aumentar o número de acidentes.

Exemplo: Um CMF para colocar 5 faixas de tráfego em uma via urbana de 4 faixas foi estimado em 1,11⁴. Este CMF indica que haverá um aumento de 11% na frequência estimada de acidentes ao colocar uma faixa a mais numa via urbana de 4 faixas.

A aplicação de um CMF adequado pode influenciar a decisão de implementar ou não um determinado projeto e a má aplicação dos CMFs pode levar a decisões inadequadas. Fatores-chave a considerar quando aplicar CMFs incluem:

- a) Disponibilidade de CMFs;
- b) Seleção de CMFs apropriados;
- c) Estimativa do número de acidentes sem tratamento;
- d) Aplicabilidade de CMFs por tipo e gravidade;
- e) Qualidade do CMF; e
- f) Estimativa do efeito combinado para múltiplos tratamentos.

A seguir será descrito cada um dos fatores-chave citados:

a) Disponibilidade de CMFs

As duas principais fontes de CMFs são *Highway Safety Manual* – HSM [6] e *CMF Clearinghouse* [2].

b) Seleção de CMFs apropriados

O processo de seleção do CMF envolve várias considerações, incluindo a disponibilidade de CMFs relacionados, a sua aplicabilidade e a sua qualidade. A chave para selecionar um CMF apropriado é identificar o CMF que melhor corresponde ao cenário sob estudo.

c) Estimativa do número de acidentes sem tratamento

O CMF é aplicado ao número esperado de acidentes sem tratamento para estimar o número de acidentes com tratamento (assumindo que a contramedida de interesse seja implementada). Portanto, o desempenho de segurança sem tratamento deve ser estimado antes de aplicar CMFs. O HSM [6] apresenta vários métodos para estimar o desempenho de segurança de uma via ou interseção. O método mais simples para estimar o número de acidentes na situação sem tratamento é calcular a frequência média de acidentes de longo prazo (ou seja, mais de 5 anos) antes do tratamento. Neste método, assume-se que o histórico de acidentes antes do tratamento representará o desempenho de segurança futuro na ausência de alterações. O Método Empírico de *Bayes*⁵, descrito no HSM [6], é um método mais rigoroso para estimar o número de acidentes sem tratamento, pois combina informações do local sob estudo com informações de outros locais semelhantes.

⁴ Resultado baseado no artigo “*Safety Effects of Narrow Lanes and Shoulder-Use Lanes to Increase Capacity of Urban Freeways*” [10].

⁵ O Método Empírico de *Bayes* é um método que permite combinar informações de diferentes fontes. Combinando fontes diferentes de informação tem-se melhores condições de prever o número de acidentes. Por exemplo, estimar o número de acidentes em uma interseção conhecendo: o número de acidentes em interseções semelhantes (população de referência) e o número observado de acidentes na interseção em estudo.

Fonte:

https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=http%3A%2F%2Fwww.producao.ufrgs.br%2Fquivos%2Fdisciplinas%2F504_2_seguranca_ptos_criticos_-_identificacao.pptx&wdOrigin=BROWSELINK (Acesso em 25/04/2022).

Informações mais técnicas sobre o Método Empírico de *Bayes* podem ser obtidas no *Wikipedia*:

https://en.wikipedia.org/wiki/Empirical_Bayes_method#:~:text=Empirical%20Bayes%20methods%20are%20procedures,before%20any%20data%20are%20observed (Acesso em 25/04/2022).

d) Aplicabilidade de CMFs por tipo e por gravidade

Diversas variáveis podem ser usadas para combinar um CMF com um determinado cenário, incluindo tipo de tratamento, tipo de via, segmento de via ou interseção, volume de tráfego e estado/local do qual o CMF foi desenvolvido. HSM [6] e CMF *Clearinghouse* [2] fornecem informações para ajudar os usuários a identificar situações aplicáveis.

Os CMFs devem ser aplicados a situações que se aproximam daquelas das quais o CMF foi desenvolvido. No entanto, é fundamental que seja usado o adequado julgamento de engenharia quando um CMF não estiver disponível para as situações encontradas, pois há alguns casos em que um CMF desenvolvido para diferentes condições pode ser o melhor disponível.

Os CMFs podem se aplicar ao total de acidentes ou a determinados tipos e/ou gravidade de acidentes. Muitas vezes, é útil estimar a variação no número de acidentes por tipo e por gravidade, mas isso só deve ser feito quando houver CMFs disponíveis para os tipos e gravidades de interesse. O tipo de acidente associado a um CMF define os acidentes para os quais o CMF relacionado é aplicável. A gravidade do acidente é definida pelo resultado mais grave dos envolvidos no acidente. Não é apropriado aplicar um CMF para um tipo ou gravidade de acidente específico a outros tipos e gravidades de acidente, porque uma contramedida pode reduzir certos tipos ou gravidades de acidente enquanto aumenta a frequência para outros tipos e/ou gravidades.

e) Qualidade do CMF

Se existirem vários CMFs aplicáveis para um determinado tratamento, então a qualidade ou erro padrão⁶ pode ser usado para diferenciar os resultados.

A CMF *Clearinghouse* [2] fornece classificações de qualidade para CMFs que podem ser usados para esse fim. Na ausência de uma classificação de qualidade, CMFs podem ser comparados por seu erro padrão, sendo que um erro padrão menor indica um maior nível de certeza para uma estimativa de CMF.

f) Estimativa do efeito combinado para múltiplos tratamentos

Existem relativamente poucos estudos que estimam CMFs para combinações de contramedidas. É muito mais comum que estudos estimem CMFs para contramedidas individuais. Consequentemente, é difícil estimar com precisão os efeitos das combinações de contramedidas. Foram propostos métodos para combinar os CMFs desenvolvidos a partir de contramedidas individuais para aproximar o efeito de várias contramedidas, mas tem havido pouca pesquisa para apoiar qualquer método específico. A prática atual de muitas agências é assumir que os CMFs são multiplicativos. Este é o método atual apresentado no HSM [6] e divulgado na CMF *Clearinghouse*

⁶ Desvio padrão e erro padrão são termos muito comuns. Geralmente são apresentados logo após uma medida de tendência central, sendo a média, a mais comum. O desvio padrão e o erro padrão são medidas de dispersão e de precisão, respectivamente. O desvio padrão representa a variabilidade dos dados em torno da média. O erro padrão, por sua vez, não se relaciona com a variabilidade dos dados em relação à média do conjunto de dados coletados em uma amostra. Por ser uma medida de precisão, ele se relaciona com a média populacional (e não aquela calculada na amostra estudada). O erro padrão quantifica a precisão com a qual a média calculada a partir de uma amostra aleatória estima a média verdadeira da população. Fonte: <https://gohealthcursos.com/bioestatistica/desvio-padrao-e-erro-padrao-qual-a-diferenca/> (Acesso em 10/05/2022)

Desvio Padrão é a medida que avalia a quantidade de variação no conjunto de observações. O erro padrão mede a precisão de uma estimativa. Amostras diferentes, retiradas da mesma população, fornecerão diversos valores de média. O erro padrão (SE – *Standard Error*) fornece o desvio padrão para diferentes valores das médias das amostras.

$SE = \sigma / \sqrt{n}$, onde σ é desvio padrão populacional e n é o tamanho amostra (quanto maior é o tamanho da amostra, menor o SE).

Fonte: <https://pt.gadget-info.com/difference-between-standard-deviation#:~:text=Principais%20diferen%C3%A7as%20entre%20o%20desvio%20padr%C3%A3o%20e%20o%20erro%20padr%C3%A3o&text=Desvio%20Padr%C3%A3o%20%C3%A9%20a%20medida,distribui%C3%A7%C3%A3o%20e%20a%20estat%C3%ADstica> (Acesso em 10/05/2022)

[2]. Em resumo, esta abordagem proposta (e muitas das alternativas) é problemática no sentido de que aplicar o CMF combinado pode superestimar ou subestimar os verdadeiros efeitos das contramedidas, principalmente se elas visarem tipos de colisão semelhantes. Mais informações sobre a aplicação de vários CMFs estão disponíveis em artigos recentes (*Crash Modification Factors: An Overview of Its Applications* [11], *Investigation of Existing and Alternative Methods for Combining Multiple CMFs* [12]).

3. ANÁLISE DO ARTIGO: “CRASH MODIFICATION FACTORS: FOUNDATIONAL ISSUES” [14]

Os CMFs disponíveis foram desenvolvidos principalmente na América do Norte (Estados Unidos e Canadá). A questão básica que se coloca aqui é, considerando que os CMFs disponíveis são baseados em estudos realizados em outros países, eles podem ser utilizados e aplicados no Brasil e, em particular, em São Paulo?

O artigo propõe uma metodologia para resolver esse problema de transferibilidade dos CMFs. Conforme o *abstract* do artigo:

Os Fatores Modificadores de Acidentes (CMFs) estão relacionados no *Highway Safety Manual* (HSM) [6] e publicações afins. Usando esses CMFs, não se consegue distinguir entre as previsões de segurança que podem ser feitas com confiabilidade e que provavelmente levarão a decisões corretas daquelas que podem facilmente conduzir a erros e decisões equivocadas. Tampouco se consegue saber quão transferíveis são os resultados de pesquisas anteriores e se são válidos para efeitos de decisões sobre ações futuras a serem implementadas em diferentes locais e circunstâncias.

A estrutura conceitual descrita neste artigo visa fornecer orientação para futuras pesquisas sobre CMFs e para meta-análises⁷. A afirmação central é que CMFs são variáveis aleatórias⁸ e não constantes universais que se aplicam para todos os lugares e em todos os momentos. Quanto menor o desvio padrão de um CMF mais confiável pode ser a tomada de decisão. Assim, o objetivo da pesquisa sobre CMFs é reduzir seus desvios padrão. São indicadas formas de fazê-lo de forma eficiente. São fornecidas a teoria e as equações necessárias.

Os CMFs servem para prever o efeito de segurança de ações (intervenções, tratamentos, contramedidas, etc.) a serem implantadas. Essa previsão é necessária para determinar quais as medidas são mais eficientes. A decisão de implantar ou não uma determinada medida será correta se a estimativa média dos CMFs de implantações de medidas semelhantes feitas no passado for suficientemente próximo do CMF que se obteria com a implantação da ação. Se os dois CMFs não forem próximos, a decisão de implantar ou não a medida pode estar incorreta. A questão é saber quão próximos devem estar os dois CMFs para que a decisão de implantar ou não uma determinada medida possa ser tomada com confiabilidade. Isso vai determinar se o resultado de implantações passadas, feitas em outros locais, pode ou não ser transferido para o local em estudo.

3.1 Notação e numeração de figuras, expressões e tabelas

3.1.1 Notação

A seguinte notação é usada no artigo. O significado e o conceito de cada símbolo serão explicados ao longo do texto.

⁷ Meta-análise é uma técnica estatística especialmente desenvolvida para integrar os resultados de dois ou mais estudos independentes, sobre uma mesma questão de pesquisa, combinando, em uma medida resumo, os resultados de tais estudos.
Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Metan%C3%A1lise> (Acesso em 06/05/2022)

⁸ Uma variável aleatória é uma variável quantitativa, cujo resultado (valor) depende de fatores aleatórios.
Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Vari%C3%A1vel_aleat%C3%B3ria (Acesso em 29/04/2022).

Notação	Descrição
a	Ação, intervenção, contramedida, tratamento, etc.
b	Situação existente, decisão de não implementar a ação
μ_a	Número esperado de acidentes alvo com a implementação da medida a
μ_b	Número esperado de acidentes alvo na situação existente (se não for implementada a medida a)
$\theta(a, b)$	CMF relativo à implementação da ação a
$E\{\theta\}$	Valor esperado ou a média da distribuição da variável aleatória θ
$Var\{\theta\}$	Variância da variável aleatória θ
$\bar{\theta}$	Estimativa de $E\{\theta\}$
$\sigma\{\theta\}$	Desvio padrão da variável aleatória θ
$s\{.\}$	Erro padrão de $\{.\}$. Aqui o “.” representa uma variável aleatória
\wedge	Acento circunflexo = estimativa

3.1.2 Numeração de figuras, expressões e tabelas

No presente trabalho, as figuras, expressões e tabelas foram numeradas como no artigo, não seguindo, necessariamente, a mesma numeração. Figuras, expressões e tabelas adicionais, acrescentadas no presente trabalho e, portanto, não constantes no artigo original, não foram numeradas.

3.2 CMF como variável aleatória

Antes da implementação de alguma ação, é necessário saber qual será o seu efeito na redução de acidentes. Denotando por “ a ” a ação a ser implementada e por “ b ” a situação atual (existente), isto é, não implementar a ação, seja:

μ_a = o número esperado de acidentes após a implementação da ação

μ_b = o número esperado de acidentes na situação atual (situação existente)

Note que μ_b não é o número observado de acidentes na situação atual (situação existente).

Então, tem-se que:

$$CMF = \theta(a, b) = \frac{\mu_a}{\mu_b} \quad (1)$$

Se a ação a ser implementada reduzir o número esperado de acidentes, deve-se ter:

$$\theta(a, b) < 1$$

Não é possível conhecer o valor de $\theta(a, b)$. O que se pode é estimá-lo. Usa-se o símbolo “ \wedge ” (acento circunflexo) para indicar a estimativa de uma grandeza. Assim, $\hat{\theta}(a, b)$ significa estimativa de $\theta(a, b)$.

Logo, a Expressão (1) pode ser escrita, em termos de estimativas, como:

$$\hat{\mu}_a = \hat{\mu}_b \times \hat{\theta}(a, b) \quad (2)$$

A redução no número esperado de acidentes com a implementação da medida é:

$$\hat{\mu}_b - \hat{\mu}_a = \hat{\mu}_b \times [1 - \hat{\theta}(a, b)] \quad (3)$$

A forma de obter o valor de $\hat{\theta}(a, b)$ é por meio de experiências passadas, isto é, pelos resultados obtidos em ações semelhantes, implementadas no passado e em outros locais.

Para ilustrar o problema, suponha que seja considerada a ação de iluminar um acesso controlado de uma via em Colorado. Assim:

a = iluminar

b = não iluminar

Para decidir sobre a implementação da medida (iluminar o acesso) é necessário determinar um $\theta(a, b)$ que seja aplicável para o local em estudo, com as suas características específicas de clima, geometria, composição de tráfego, tipo de via, velocidade, volume de usuários (veículos, pedestres, ciclistas etc.), comportamento, bem como do projeto de iluminação propriamente dito.

Por simplicidade, $\theta(a, b)$ poderá ser representado simplesmente por θ .

Imagine agora que haja dois estudos sobre o efeito da iluminação:

- a) estudo realizado em *Arizona*, com dados de 1992-1995 e um CMF para acidentes noturnos de 0,75 com um desvio padrão de $\pm 0,04$;
- b) estudo realizado em *British Columbia*, com dados de 2001-2006 e um CMF de 0,62 e desvio padrão de $\pm 0,06$.

Se "A" denotar o estudo de *Arizona* e "B" o estudo de *British Columbia*, então:

$$\hat{\theta}_A(a, b) = 0,75 \pm 0,04$$

$$\hat{\theta}_B(a, b) = 0,62 \pm 0,06$$

Se essa é a informação disponível, qual seria o valor de $\hat{\theta}(a, b)$ na Expressão (3) para a via em questão em Colorado?

Assim como em *Arizona* e em *British Columbia* foram obtidos valores distintos para θ , não há razão para acreditar que θ seja uma constante universal, que pode ser aplicada a qualquer tempo e em qualquer lugar. Dessa forma, $\theta(a, b)$ deve ser visto como sendo uma variável aleatória que é função de um conjunto de fatores, aqui denominado de "circunstâncias".

Como $\theta(a, b)$ é uma variável aleatória, então há uma distribuição de probabilidades⁹ associada, com uma média $E\{\theta\}$ e uma variância¹⁰ $Var\{\theta\}$. Para algumas medidas ou ações, $\theta(a, b)$ pode variar muito pouco de um lugar para outro, tendo a sua variância um valor pequeno; para outras ações $\theta(a, b)$ pode variar muito, tendo a sua variância valores maiores.

O fato de considerar $\theta(a, b)$ como uma variável aleatória permite resolver adequadamente o problema de transferibilidade.

Para uma determinada medida ou ação, pode haver mais de um estudo sobre o efeito na segurança viária. Portanto, na Expressão (3), $\hat{\theta}(a, b)$ pode ser representado pela média aritmética das experiências passadas, isto é, por $\bar{\theta}(a, b)$, onde $\bar{\theta}(a, b)$ é uma estimativa de $E\{\theta\}$. No caso do exemplo do *Arizona* e *British Columbia*:

$$\bar{\theta}(a, b) = [\hat{\theta}_A(a, b) + \hat{\theta}_B(a, b)]/2 = (0,75 + 0,62)/2 = 0,685$$

Entretanto, a média aritmética não é a melhor estimativa de $E\{\theta\}$. Como será mostrado mais adiante no item **3.3.1**, a melhor estimativa é uma média ponderada.

O problema é que $\bar{\theta}(a, b)$, baseado em pesquisas realizadas em *Arizona* e *British Columbia*, não é igual ao $\theta(a, b)$ a ser obtido com a implementação da medida no local em estudo em Colorado. A diferença entre θ e $\bar{\theta}$ determina se a decisão para a implementação ou não da medida em Colorado será correta ou equivocada. Todo o problema se resume em saber se $\bar{\theta}(a, b)$, baseado em implementações passadas, é uma boa estimativa para $\theta(a, b)$. Quando θ for próximo de $\bar{\theta}$ não há o problema de transferibilidade, não importando se a implementação em estudo estiver em uma cidade ou país diferente. A transferibilidade torna-se preocupante quando a diferença entre θ e $\bar{\theta}$ for grande.

Em outras palavras, a transferibilidade será preocupante quando a variância de θ for grande e/ou quando $\bar{\theta}$ não for uma boa estimativa para θ .

Estudos realizados no passado produzem estimativas para θ : os $\hat{\theta}$ s. A Figura 1 ilustra o exemplo de *Arizona* e *British Columbia*.

⁹ Uma distribuição de probabilidades descreve o comportamento aleatório de um fenômeno dependente do acaso.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Distribui%C3%A7%C3%A3o_de_probabilidade#Defini%C3%A7%C3%A3o_matem%C3%A1tica (Acesso em 29/04/2022).

A distribuição de probabilidades associa uma probabilidade a cada resultado numérico de um experimento, ou seja, dá a probabilidade de cada valor de uma variável aleatória.

Fonte: <https://segredosdaestatistica.wordpress.com/semanas/semana-8-distribuicao-de-probabilidades/> (Acesso em 29/04/2022).

¹⁰ Dois números (denominados “momentos” da distribuição) são geralmente usados para resumir a distribuição de uma variável aleatória: média e variância. A média é uma medida do centro das probabilidades. A variância é uma medida de dispersão na distribuição. Elas não identificam uma distribuição: duas distribuições diferentes podem ter mesma média e mesma variância.

Fonte:

http://www.est.ufmg.br/~marcosop/est031/aulas/Capitulo_3_1.pdf (Acesso em 29/04/2022).

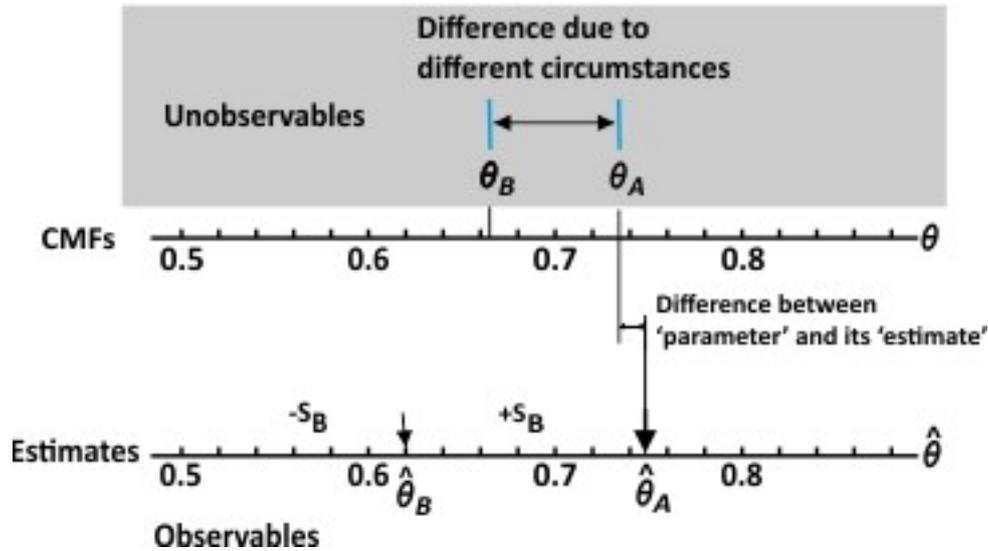


Figura 1 – Exemplo do Arizona e British Columbia

A parte superior da Figura 1 mostra os CMFs (valores não conhecidos e não observáveis). Por isso, essa parte da figura está sombreada, como se estivesse por trás de uma “nuvem”.

A parte inferior da Figura 1 mostra os valores estimados (valores observáveis), os $\hat{\theta}$ s, obtidos a partir de implementações passadas.

Não há razão para pensar que as “circunstâncias” (conjunto de fatores que influenciam a segurança viária) sejam iguais nos projetos em *Arizona* e em *British Columbia*. Tampouco há razão para acreditar que a segurança viária não dependa dessas “circunstâncias”.

Assim, a Figura 1 mostra as seguintes diferenças:

- A diferença: $\theta_A - \theta_B$ = diferença do efeito da implementação da medida na segurança viária devido a diferentes “circunstâncias” dos dois locais.
- A diferença: $\hat{\theta}_A - \theta_A$ = diferença entre o valor estimado e o seu valor verdadeiro em A.
- A diferença: $\theta_B - \hat{\theta}_B$ = diferença entre o valor estimado e o seu valor verdadeiro em B.

As diferenças em “b)” e “c)” são devidas à limitação dos dados, do método de estimação e do tamanho da amostra.

Por simplicidade, o exemplo mostra apenas duas implementações passadas, em *Arizona* e em *British Columbia*. Em princípio, pode haver vários estudos, cada qual com seu θ . Esses θ s devem ter uma distribuição de probabilidades com a média ($E\{\theta\}$) e um desvio padrão ($\sigma\{\theta\}$).

Agora o círculo pode ser fechado. Antes da implementação de uma medida, é necessário estimar o seu efeito na segurança viária, o θ . A hipótese é que o passado seja igual ao futuro, isto é, o resultado obtido em implementações passadas seja igual ao resultado para a implementação em estudo. Para tanto, assume-se que o θ para a implementação em estudo será igual a um dos valores da distribuição de probabilidades dos θ s passados, cujo desvio padrão é $\sigma\{\theta\}$. Admite-se que a melhor estimativa de θ é $\bar{\theta}$. O $\bar{\theta}$ tem um erro padrão denotado por $s\{\bar{\theta}\}$.

O desvio padrão $\sigma\{\theta\}$ e o erro padrão $s\{\bar{\theta}\}$ têm conceitos diferentes.

Enquanto $\sigma\{\theta\}$ indica um aspecto da realidade, isto é, como os CMFs variam de uma circunstância para outra (ou de um local para outro), $s\{\bar{\theta}\}$ mede a incerteza da estimativa e, indiretamente, a qualidade dos dados, isto é:

- $\sigma\{\theta\}$ está relacionado à diferença $\theta_A - \theta_B$ da Figura 1;
- $s\{\bar{\theta}\}$ está relacionado às diferenças $\hat{\theta}_A - \theta_A$ e $\theta_B - \hat{\theta}_B$ da Figura 1.

Se $\sigma\{\theta\}$ e $s\{\bar{\theta}\}$ tiverem ambos valores pequenos, então a Expressão (3) fornece boa precisão na estimativa do efeito na segurança viária com a implementação da medida.

Se $\sigma\{\theta\}$ e/ou $s\{\bar{\theta}\}$ tiver um valor grande, então a Expressão (3) não dará uma boa previsão do efeito na segurança viária. Uma previsão errada do efeito na segurança viária conduzirá a decisões equivocadas: decidir pela implantação quando o correto é não implantar ou decidir pela não implantação quando o correto é implantar.

Para uma tomada de decisão, são necessárias três estimativas: $\bar{\theta}$, $s\{\bar{\theta}\}$ e $\hat{\sigma}\{\theta\}$ (estimativa de $\sigma\{\theta\}$).

A decisão de implementar ou não é baseada em $\bar{\theta}$. Porém, para saber se a decisão pode ser feita com confiabilidade e precisão são necessários $s\{\bar{\theta}\}$ e $\hat{\sigma}\{\theta\}$.

As principais fontes de CMFs são *Highway Safety Manual* [6], *Crash Modification Factors Clearinghouse* [2] e *The Handbook of Road Safety Measures* [16]. Essas fontes listam os $\bar{\theta}$ s e, às vezes, os $s\{\bar{\theta}\}$. Nenhuma dessas fontes trazem estimativas de $\sigma\{\theta\}$. Essa lacuna pode induzir um usuário à falsa crença de que a decisão está correta devido a um valor pequeno de $s\{\bar{\theta}\}$.

3.3. Estimativas de $\bar{\theta}$ e $s\{\bar{\theta}\}$

Como $\bar{\theta}$ é estimado depende da informação disponível. Dois estimadores serão explorados adiante.

3.3.1 Um estimador simples de $\bar{\theta}$ e do seu erro padrão $s\{\bar{\theta}\}$

Para uma determinada medida, suponha que em pesquisas passadas haja n estimativas não enviesadas¹¹ e independentes¹² $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \hat{\theta}_n$, sendo seus erros padrões $\pm s_1, \pm s_2, \dots, \pm s_i, \dots, \pm s_n$, respectivamente.

A média ponderada dessas estimativas é a combinação linear¹³:

$$\bar{\theta} = \frac{\hat{\theta}_1 w_1 + \hat{\theta}_2 w_2 + \dots + \hat{\theta}_i w_i + \dots + \hat{\theta}_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_i + \dots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \right) \hat{\theta}_i$$

onde w_i é o peso (não normalizado¹⁴) da i -ésima estimativa.

¹¹ Uma estimativa é não enviesada se e somente se $E\{\hat{\theta}\} = \theta$. Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Estimador>. (Acesso em 03/05/2022)

¹² Duas estimativas são independentes quando uma não influencia a outra.

Fonte:

https://pt.wikipedia.org/wiki/Vari%C3%A1veis_aleat%C3%B3rias_independentes#:~:text=Em%20estat%C3%ADstica%2C%20nomeadamente%20em%20Probabilidades,influenciada%20pela%20ocorr%C3%Aancia%20da%20outra. (Acesso em 03/05/2022)

¹³ Uma combinação linear é uma expressão construída a partir de um conjunto de termos, multiplicando cada termo por uma constante (por exemplo, uma combinação linear de x e y seria qualquer expressão da forma $ax + by$, onde a e b são constantes).

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Combina%C3%A7%C3%A3o_linear. (Acesso em 01/05/2022)

¹⁴ O objetivo da normalização é alterar os valores das colunas numéricas no conjunto de dados para uma escala comum, sem distorcer as diferenças nos intervalos de valores.

Fonte: <https://medium.com/tentando-ser-um-unic%C3%B3rio/porqu%C3%AA-e-quando-%C3%A9-necess%C3%A1rio-normalizar-os-dados-92e5cce445aa>. (Acesso em 01/05/2022)

A variância dessa combinação linear é, pelas propriedades da variância¹⁵:

$$Var\{\bar{\theta}\} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \right)^2 Var\{\hat{\theta}_i\}$$

Conforme a página 193 de *Observational Before-After Studies in Road Safety* [18], essa variância será a menor possível quando w_i for proporcional a $1/Var\{\hat{\theta}_i\}$. Quando esse peso for usado, a média ponderada $\bar{\theta}$ e a sua variância $Var\{\bar{\theta}\}$ serão:

$$\bar{\theta} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{1}{Var\{\hat{\theta}_i\}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{Var\{\hat{\theta}_i\}}} \right) \hat{\theta}_i$$

$$Var\{\bar{\theta}\} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{Var\{\hat{\theta}_i\}}}$$

Substituindo $Var\{\hat{\theta}_i\}$ por s_i^2 :

$$\bar{\theta} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{1}{s_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \right) \hat{\theta}_i \quad (4)$$

$$Var\{\bar{\theta}\} \equiv s^2\{\bar{\theta}\} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \quad (5)$$

Para ilustrar o uso das Expressões (4) e (5), será usado o exemplo do *Arizona* e *British Columbia*, conforme mostrado na Tabela 1:

Tabela 1 – Cálculo de $\bar{\theta}$ e de $s\{\bar{\theta}\}$ usando o exemplo de *Arizona* e *British Columbia* (dados hipotéticos)

	$\hat{\theta}_i$	s_i	s_i^2	$1/s_i^2$	w_i	Parcelas do $\bar{\theta}$
<i>Arizona</i>	0,75	±0,04	0,0016	625	0,692	0,519
<i>B. C.</i>	0,62	±0,06	0,0036	278	0,308	0,191
	Soma			903	1,000	0,710

A parte sombreada da Tabela 1 contém os dados do exemplo de *Arizona* e *British Columbia*. As três colunas seguintes mostram o cálculo dos pesos w_i (valores normalizados), para $i = \{1, 2\}$ (1 = *Arizona* e 2 = *British Columbia*).

¹⁵ Propriedades da variância:
 $Var\{X + Y\} = Var\{X\} + Var\{Y\}$
 $Var\{aX + b\} = a^2 Var\{X\}$.

As parcelas de contribuição para $\bar{\theta}$, devidas a cada $\hat{\theta}$, estão na última coluna da Tabela 1, resultando no valor de 0,710 para $\bar{\theta}$:

$$\bar{\theta} = 0,710$$

Note que esse valor é maior do que 0,685, valor obtido pela média aritmética. Ou seja, a implementação da medida tem um desempenho na segurança viária menor do que aquele medido pela média aritmética.

Pela Expressão (5), tem-se:

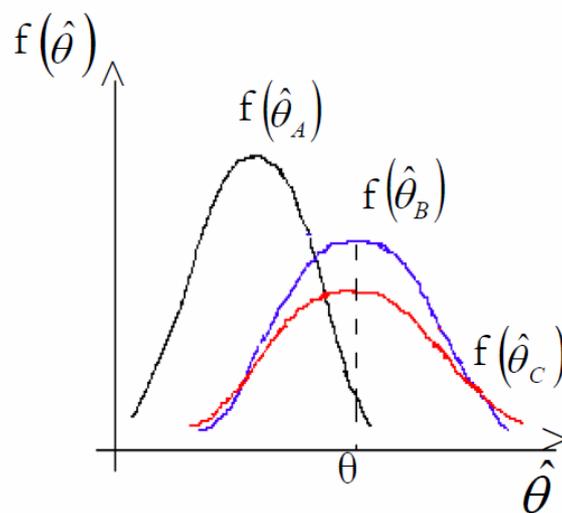
$$\text{Var}\{\bar{\theta}\} = \frac{1}{903} = 0,0011$$

Logo, o erro padrão de $\bar{\theta}$ é:

$$s\{\bar{\theta}\} = \sqrt{\text{Var}\{\bar{\theta}\}} = \sqrt{0,0011} = \pm 0,03$$

3.3.2 Um estimador mais eficiente de $\bar{\theta}$ e do seu erro padrão $s\{\bar{\theta}\}$

Um estimador mais eficiente é aquele que apresenta menor variância. Considere um estudo ou pesquisa em um local “i” que tenha um CMF igual a θ_i . O valor verdadeiro de θ_i não pode ser conhecido, mas somente estimado. Imagine que foram feitas três estimativas de θ_i : $\hat{\theta}_{iA}$, $\hat{\theta}_{iB}$ e $\hat{\theta}_{iC}$, cujas distribuições estão mostradas na figura a seguir:



Fonte: <http://w3.ufsm.br/adriano/aulas/estim/estim.pdf> [17]

Na figura acima, $\hat{\theta}_B$ e $\hat{\theta}_C$ são estimativas não enviesadas¹⁶, sendo que $\hat{\theta}_B$ é mais eficiente que $\hat{\theta}_C$ (apresenta menor variância). A estimativa $\hat{\theta}_A$ é mais eficiente (apresenta menor variância que $\hat{\theta}_B$ e $\hat{\theta}_C$), mas é enviesada (a sua média não é igual a θ).

¹⁶ $E\{\hat{\theta}_B\} = E\{\hat{\theta}_C\} = \theta$.

Se houver disponibilidade de mais informações sobre as estimativas $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \hat{\theta}_n$, é possível obter um estimador mais eficiente para $\bar{\theta}$ e do seu erro padrão $s\{\bar{\theta}\}$.

Suponha que para cada estudo ou pesquisa passada, houvesse a disponibilidade dos seguintes dados: $\hat{\mu}_a, \hat{\mu}_b, V\hat{a}r\{\hat{\mu}_a\}$ e $V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}$. Usando as Equações 6.3 e 6.4 de *Observational Before-After Studies in Road Safety* [18], tem-se:

$$\hat{\theta}(a, b) = \frac{\hat{\mu}_a}{1 + \frac{V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}}{\hat{\mu}_b^2}} \cong \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b} \quad (6)$$

$$V\hat{a}r\{\hat{\theta}(a, b)\} \cong \hat{\theta}^2 \left[\frac{V\hat{a}r\{\hat{\mu}_a\} + \frac{V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}}{\hat{\mu}_b^2}}{\left(1 + \frac{V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}}{\hat{\mu}_b^2}\right)^2} \right] \cong \hat{\theta}^2 \left(\frac{V\hat{a}r\{\hat{\mu}_a\}}{\hat{\mu}_a^2} + \frac{V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}}{\hat{\mu}_b^2} \right) \quad (7)$$

A título de ilustração, suponha que, no exemplo do *Arizona* e *British Columbia*, além dos dados das duas últimas colunas da Tabela 2, estejam disponíveis dados adicionais, mostrados na parte sombreada da Tabela.

Tabela 2 – Cálculo de $\bar{\theta}$ e de $s\{\bar{\theta}\}$ usando o exemplo de *Arizona* e *British Columbia* com dados adicionais (dados hipotéticos)

	$\hat{\mu}_b$	$\hat{\mu}_a$	$V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}$	$V\hat{a}r\{\hat{\mu}_a\}$	$\hat{\theta}_i(a, b)$	$s_i\{\hat{\theta}(a, b)\}$
<i>Arizona</i>	999,6	751,0	1798,6	751,0	0,75	0,04
<i>B. C.</i>	400,0	249,0	798,0	249,0	0,62	0,06
Soma	1399,6	1000,0	2596,6	1000,0	---	---

Para a obtenção do valor de $\hat{\theta}(a, b)$, aplica-se a Expressão (6) usando-se as somas de $\hat{\mu}_b$ e $\hat{\mu}_a$, isto é:

$$\hat{\theta}(a, b) = \frac{1000,0}{1399,6} = 0,71$$

Analogamente, para a obtenção de $s\{\bar{\theta}\}$, calcula-se a raiz quadrada de $V\hat{a}r\{\hat{\theta}(a, b)\}$, cujo valor é obtido aplicando-se a Expressão (7) usando-se as somas de $\hat{\mu}_b, \hat{\mu}_a, V\hat{a}r\{\hat{\mu}_b\}$ e $V\hat{a}r\{\hat{\mu}_a\}$:

$$V\hat{a}r\{\hat{\theta}(a, b)\} \cong 0,71^2 \left(\frac{1000,0}{1000,0^2} + \frac{2596,6}{1399,6^2} \right) = 0,0011$$

$$s\{\bar{\theta}\} = \sqrt{0,0011} = 0,03$$

Os resultados indicam que, para o exemplo do *Arizona* e *British Columbia*, as duas estimativas resultaram nos mesmos valores:

	$\bar{\theta}$	$s\{\bar{\theta}\}$
Estimador simples (item 3.3.1)	0,71	0,03
Estimador mais eficiente (item 3.3.2)	0,71	0,03

3.4. Estimativa de $\sigma\{\theta\}$

Enquanto $s\{\hat{\theta}\}$ mede a incerteza da estimativa de $\bar{\theta}$ em função da qualidade dos dados, o parâmetro $\sigma\{\theta\}$ indica a variabilidade de θ de um local para outro ou de uma aplicação para outra.

A tarefa agora é fazer uma estimativa de $\sigma\{\theta\}$ com base nos dados disponíveis.

Enquanto a Figura 1 ilustra a relação entre os parâmetros e suas estimativas para o caso específico do exemplo do *Arizona* e *British Columbia*, a Figura 2 ilustra a mesma relação de modo genérico.

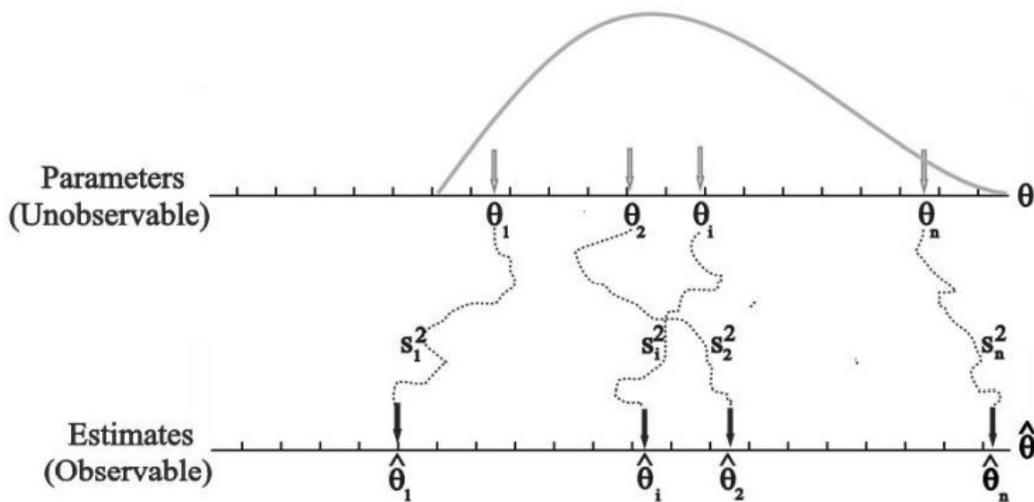


Figura 2 – Relação entre os parâmetros e suas estimativas para um caso genérico

Os parâmetros, os θ s, estão na parte superior da Figura 2. Para cada θ , cujo valor verdadeiro é desconhecido (não observável), corresponde a uma estimativa $\hat{\theta}$ (observável) na parte inferior da figura. Cada par $(\theta, \hat{\theta})$ é ligado por uma linha sinuosa pontilhada representando a variabilidade da estimação. A variabilidade da estimação é representada na Figura 2 como $s_1^2, s_2^2, \dots, s_i^2, \dots, s_n^2$. Os “n”s parâmetros da parte superior da Figura 2 podem ser considerados como uma amostra aleatória de uma distribuição com uma média e uma variância. A questão é como de $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \hat{\theta}_n$ e de $s_1^2, s_2^2, \dots, s_i^2, \dots, s_n^2$ pode-se estimar $\sigma\{\theta\}$.

Os θ s estão conectados aos $\hat{\theta}$ s pelas incertezas inerentes ao processo de estimação. Se a estimação fosse isenta de erros, então as linhas sinuosas da Figura 2 seriam linhas retas verticais e θ seria igual a $\hat{\theta}$. Neste caso, a variabilidade de θ seria igual à variabilidade de $\hat{\theta}$, isto é: $Var\{\hat{\theta}\} = Var\{\theta\}$. No entanto, a estimação sempre envolve erros e $Var\{\hat{\theta}\} \neq Var\{\theta\}$.

Os $\hat{\theta}$ s normalmente têm maior dispersão que os θ s, isto é, $Var\{\hat{\theta}\} > Var\{\theta\}$. Quanto maiores forem os s_i maior será a diferença $Var\{\hat{\theta}\} - Var\{\theta\}$.

O próximo passo depende da Lei da Variância Total¹⁷, uma Lei que segue pela lógica dos axiomas de probabilidade. Usando a Lei da Variância Total é possível mostrar que:

¹⁷ A Lei da Variância Total afirma que se X e Y são variáveis aleatórias, então:
 $Var\{Y\} = E\{Var\{Y|X\}\} + Var\{E\{Y|X\}\}$
 Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Law_of_total_variance. (Acesso em 02/05/2022)

Nota: A notação “ $Y|X$ ” significa “evento Y dado que ocorreu o evento X ”(probabilidade condicional).

$$Var\{\theta\} = Var\{\hat{\theta}\} - E\{Var\{\hat{\theta}|\theta\}\} \quad (8)$$

O primeiro termo do lado direito da Expressão (8) representa a variabilidade da estimativa da parte inferior da Figura 2. O segundo termo do lado direito da Expressão (8) representa a média das variâncias pelas quais os $\hat{\theta}$ s foram estimados.

Se fosse verdadeiro que a média ponderada $\bar{\theta}$ é igual a $E\{\theta\}$, pode-se estimar $Var\{\theta\}$ por \hat{V} :

$$\hat{V} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \bar{\theta})^2}{n \text{ ou } (n-1)} - \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{n} & \text{se positivo} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (9)$$

Dividir por n produz resultados mais eficientes enquanto que dividir por $(n - 1)$ leva a resultados não viesados.

Contudo, $\bar{\theta}$ não é igual a θ (isto é, $Var\{\bar{\theta}\} \neq 0$), ou seja, $\bar{\theta}$ apresenta uma variância, cuja estimativa é expressa pela Expressão (5), a qual deve ser adicionada à Expressão (9). Se o valor esperado do quadrado da diferença de $(\theta - \bar{\theta})$ for representado por $Var^*\{\theta\}$, então a sua estimativa é:

$$V\hat{a}r^*\{\theta\} = \hat{V} + V\hat{a}r\{\bar{\theta}\}$$

Usando a Expressão (5):

$$V\hat{a}r^*\{\theta\} = \hat{V} + V\hat{a}r\{\bar{\theta}\} = \hat{V} + \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \quad (10)$$

Quando for usado o estimador mais eficiente de $\bar{\theta}$, deve ser usada a Expressão (7), em vez da Expressão (5).

Para ilustrar os cálculos, usam-se mais uma vez os dados do exemplo de *Arizona* e *British Columbia*, conforme a Tabela 3.

Tabela 3 – Estimativa de $\sigma\{\theta\}$ no exemplo de *Arizona* e *British Columbia*

	$\hat{\theta}$	s	$(\hat{\theta} - \bar{\theta})^2$	s^2	$1/s^2$
<i>Arizona</i>	0,75	0,04	0,0016	0,0016	625
<i>B. C.</i>	0,62	0,06	0,0081	0,0036	278
Média/Soma	$\bar{\theta} = 0,71$	---	0,0097	0,0052	903

Dos dados da Tabela 3 e aplicando a Expressão (9), tem-se:

$$\hat{V} = 0,0048 - 0,0026 = 0,0022.$$

Como:

$$V\hat{a}r\{\hat{\theta}\} = 1/903 = 0,0011$$

Então, pela Expressão (10):

$$V\hat{a}r^*\{\theta\} = 0,002 + 0,0011 = 0,003$$

Logo:

$$\hat{\sigma}^*\{\theta\} = \sqrt{0,003} = \pm 0,06$$

É importante observar que na primeira Edição do *Highway Safety Manual* [6], \hat{V} não é usado para descrever a incerteza sobre θ , resultando numa variância cerca de 1/3 do valor correto¹⁸.

Resumindo, para prever o efeito nos acidentes alvo do projeto de iluminação do Colorado, deve-se usar $\bar{\theta} = 0,71$ na Expressão (3). Considerando que este θ pode estar em um intervalo de ± 2 desvios padrão de 0,71 e que $\hat{\sigma}^*\{\theta\} = 0,06$, então, θ pode estar em um intervalo de $\pm 2 \times 0,06 = \pm 0,12$, correspondendo à faixa de $0,71 \pm 0,12$ (0,59 a 0,83), isto é, o projeto de iluminação do Colorado pode causar uma redução no número de acidentes alvo (acidentes noturnos) de 17% a 41%.

3.5. Como reduzir $\hat{\sigma}^*\{\theta\}$

Foi visto que, do exemplo de *Arizona* e *British Columbia*, baseada em duas pesquisas realizadas no passado, resultaram em $\bar{\theta} = 0,71$ e $\hat{\sigma}^*\{\theta\} = 0,06$.

Quando $\pm 2\hat{\sigma}^*\{\theta\}$ resultar em uma faixa estreita, é baixa a probabilidade de tomada de decisões equivocadas. Se, por outro lado, $\hat{\sigma}^*\{\theta\}$ for muito grande, a tomada de decisão pode se tornar uma questão de sorte ou azar e provavelmente a decisão poderá estar equivocada.

Como foi mostrado na Expressão (10), $V\hat{a}r^*\{\theta\}$ é a soma de duas parcelas.

A primeira parcela, \hat{V} , reflete a variabilidade devida a diferentes “circunstâncias”. Esta parcela pode ser reduzida determinando como os θ s dependem de alguma “circunstância” específica.

A segunda parcela, $V\hat{a}r\{\bar{\theta}\}$, mede a variabilidade dos estudos e pesquisas disponíveis. Quanto mais pesquisas, menor a variabilidade. Assim, para reduzir essa parcela seria necessária a realização de mais pesquisas.

O artigo examina as duas questões, porém, neste trabalho será focada apenas a questão da primeira parcela, isto é, como reduzir a variabilidade da estimativa de $\bar{\theta}$, por meio da sua relação com “circunstâncias” específicas.

Ao exemplo hipotético de *Arizona* e *British Columbia*, foram acrescentadas mais duas pesquisas (Novo local 1 e Novo local 2) e, suponha que haja estudos sugerindo que o efeito da iluminação na segurança pode ter alguma relação com a latitude dos locais.

¹⁸ O artigo foi publicado em 2012. Embora a primeira Edição do HSM seja de 2010, foi publicada errata em Fevereiro de 2012 [19]. Neste trabalho, não foi verificado se houve alteração na variância, conforme sugerido pelos autores do artigo.

A Tabela 4 mostra os resultados das 4 pesquisas.

Tabela 4 – Exemplo de Arizona e British Columbia com mais duas pesquisas¹⁹

	$\hat{\theta}_i$	s_i	Latitude (°N)
Arizona	0,75	0,04	33,5
B. C.	0,62	0,06	49,2
Novo local 1	0,59	0,02	45,1
Novo local 2	0,80	0,02	36,1

Figura 3 – Relação do efeito de iluminação com a latitude

A Figura 3 é baseada nos dados da Tabela 4.

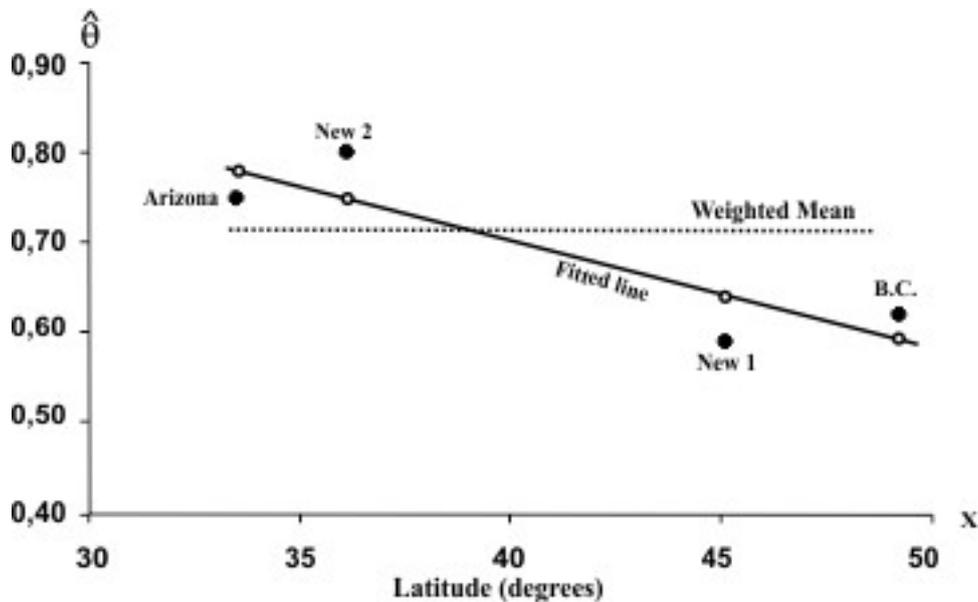


Figura 3 – Relação do efeito de iluminação com a latitude

A Figura 3 parece confirmar a especulação de que quanto mais ao norte ficar o local, maior é o efeito da iluminação.

Assumindo que $E\{\theta_i\} = \alpha + \beta x_i$

Onde α e β são constantes não conhecidas e x_i é a latitude do local do estudo i . Na Figura 3 uma linha de regressão foi ajustada para esses dados.

Então, agora a estimativa de $E\{\theta_i\}$ é:

$$\bar{\theta}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i$$

Onde $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ são estimativas de α e β .

Visualmente, pela Figura 3, pode-se perceber a redução da variância. Se não forem utilizados os dados de latitude, a estimativa de $Var\{\theta\}$ seria feita com base na média dos quadrados da diferença dos pontos correspondentes aos θ s e a linha da média ponderada (linha horizontal pontilhada da Figura 3). Se for considerada a influência da latitude, a variância será estimada com base na média dos quadrados da diferença dos pontos correspondentes aos θ s em relação à reta

¹⁹ No artigo original, os dados do “Novo local 1” e “Novo local 2” estão invertidos.

ajustada da regressão (e não mais em relação à linha horizontal da média ponderada). Como a linha ajustada da regressão fica mais próxima dos θ s do que em relação à linha horizontal, a variância será menor.

A estimativa da variância requer uma alteração nas Expressões (9) e (10).

O $\bar{\theta}$ na Expressão (9) deve ser substituída por $\bar{\theta}_i$.

$$\hat{V} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i)^2}{n \text{ ou } (n - 1)} - \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{n} & \text{se positivo} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Se for utilizada regressão linear simples, como no exemplo, a Expressão (10) deve ser alterada conforme a Expressão (11):

$$V\hat{a}r^*\{\theta_i\} = \hat{V} + V\hat{a}r\{\bar{\theta}_i\} \quad (11)$$

Onde

$$V\hat{a}r\{\bar{\theta}_i\} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i)^2}{n - 2} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \right]$$

Com os dados da Tabela 4, obtém-se:

$$\bar{\theta}_i = 1,18 - 0,0120x_i$$

$$\hat{V} = 0,000230$$

O cálculo, usando a Expressão (11), está mostrado na tabela abaixo:

i	x_i	$\bar{\theta}_i$	$\hat{\theta}_i$	s_i	s_i^2	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i)^2$	$Var^*\{\theta_i\}$	$\hat{\sigma}^*\{\theta_i\}$
1	33,5	0,7780	0,75	0,04	0,0016	55,875625	0,000784	0,0023	0,05
2	49,2	0,5896	0,62	0,06	0,0036	67,650625	0,000924	0,0025	0,05
3	36,1	0,7468	0,80	0,02	0,0004	23,765625	0,002830	0,0016	0,04
4	45,1	0,6388	0,59	0,02	0,0004	17,015625	0,002381	0,0015	0,03
Média/soma	40,975	---	---	---	0,0060	164,307500	0,006920	0,0020	0,04

As estimativas de $Var^*\{\theta_i\}$ se encontram resumidas na Tabela 5.

Tabela 5 – Estimativas de $Var^*\{\theta_i\}$ no exemplo de Arizona e British Columbia

	$Var^*\{\theta_i\}$	$\hat{\sigma}^*\{\theta_i\}$
Arizona	0,0023	0,05
B. C.	0,0025	0,05
Novo local 1	0,0016	0,04
Novo local 2	0,0014	0,03
Média	0,0020	0,04

Para efeitos comparativos, se não fossem usados os dados relativos à relação com a latitude, ter-se-ia:

	$\hat{\theta}$	s	s^2	$1/s^2$	w	Parcelas que contribuem para $\bar{\theta}$	$(\hat{\theta} - \bar{\theta})^2$
Arizona	0,75	0,04	0,0016	625	0,1059	0,079	0,0028
B. C.	0,62	0,06	0,0036	278	0,0471	0,029	0,0060
Novo local 1	0,80	0,02	0,0004	2500	0,4235	0,339	0,0105
Novo local 2	0,59	0,02	0,0004	2500	0,4235	0,250	0,0115
Soma	---	---	0,0060	5903	1,0000	0,697	0,0308

$$\bar{\theta} = 0,70$$

Aplicando a Expressão (9):

$$\hat{V} = 0,0077 - 0,0015 = 0,0062$$

Aplicando a Expressão (10):

$$V\hat{a}r^*\{\theta\} = 0,0062 + 0,0002 = 0,0064$$

$$\hat{\sigma}^*\{\theta\} = \sqrt{0,0064} = 0,08$$

Se não fosse usada a influência da latitude, a estimativa de $\hat{\sigma}^*\{\theta\}$ seria de 0,08. Quando θ for considerado como uma função da latitude, $\hat{\sigma}^*\{\theta_i\}$ varia de 0,03 a 0,05.

Quando os $\hat{\theta}$ s exibirem alguma dependência com alguma variável, explorar essa dependência é uma maneira efetiva para reduzir a variância, tornando mais precisa a decisão de implementar ou não a medida.

Embora os autores do artigo não tenham mencionado explicitamente, acredita-se que, no caso de haver dependências funcionais com mais variáveis explicativas (por exemplo, volume de veículos, pedestres, largura da via, velocidade, etc.), possam ser usadas regressões lineares múltiplas, em vez de regressões lineares simples.

4. CONCLUSÃO

Ao se cogitar sobre alguma medida para a redução de acidentes em um determinado local, deve-se antes identificar os acidentes-alvo, isto é, o tipo de acidentes que seria suscetível ao efeito da medida a ser implantada.

Em segundo, deve-se prever qual o tamanho do efeito da medida, isto é, o quanto se espera que a medida irá reduzir os acidentes. A decisão de implantar ou não a medida deve se basear nessa previsão. A questão é: como fazer essa previsão? A previsão do efeito de uma ação pode se basear no efeito de ações semelhantes implantadas no passado. Entretanto, surge outra questão: o resultado de uma ação passada, implantada em outro local, cidade ou país, pode ser transferido para o local em estudo?

Para o propósito de prever o efeito de uma ação ainda não implantada, os CMFs podem desempenhar um papel indispensável. Para responder à questão de transferibilidade do resultado de ações passadas, o artigo "*Crash Modification Factors: Foundational Issues*" [14] pode fornecer o ferramental necessário.

Sobre os CMFs e para a conclusão deste trabalho, nada mais apropriado do que citar o próprio artigo "*Crash Modification Factors: Foundational Issues*" [14].

A necessidade de usar um θ (ou CMF) surge quando as consequências de segurança de uma ação futura devem ser previstas. A orientação sobre esse futuro θ (decorrente da ação a ser implantada) vem de pesquisas sobre as consequências de ações semelhantes realizadas no passado.

Essas ações implantadas no passado não são exatamente idênticas entre si ou à ação que pretende se implantar, sendo que foram tomadas sob uma variedade de circunstâncias. Portanto, pode-se esperar que o efeito das ações passadas sobre a segurança seja semelhante, mas não idêntico. Ou seja, os θ s passados não são todos iguais. São variáveis aleatórias de uma distribuição de probabilidade que tem uma média e uma variância.

Pesquisas reportando os efeitos de ações implantadas que não tenham comprovação que garanta que as estimativas de θ sejam não enviesadas e que não relatem os erros padrão são inúteis.

Qual será o θ para a ação futura é desconhecido, sendo que a média dos θ s passados é a melhor previsão desse futuro θ . Se a variância de θ em torno desta média for pequena, a previsão provavelmente será precisa e a decisão baseada nela será correta.

No entanto, se a variância dos θ s passados for grande, então a previsão não será precisa e a decisão baseada na média estimada dos θ s passados pode ser sistematicamente incorreta.

As fontes de CMFs atualmente disponíveis fornecem uma estimativa da média de θ e de seu erro padrão. Não fornecem estimativas de $\sigma\{\theta\}$. Isso pode induzir a erro e deve ser corrigido. Quando o erro padrão da média estimada é suficientemente pequeno, o usuário pode ser levado a acreditar que o efeito de segurança de ações futuras pode ser previsto com confiança e que a decisão baseada nessa previsão estará provavelmente correta. No entanto, somente se uma estimativa de $\sigma\{\theta\}$ puder ser feita é que o usuário poderá avaliar qual a chance de que a decisão esteja correta ou não.

Finalmente, deve-se ressaltar que existe um manuscrito do artigo *Crash Modification Factors: Foundational Issues* [15], dos mesmos autores, que recomenda o seguinte para as pesquisas sobre os resultados de implementações de ações:

No mínimo, devem conter as estimativas relevantes de θ e seus erros padrão, mas, preferencialmente devem conter também as estimativas de μ_a , $Var\{\mu_a\}$, μ_b e $Var\{\mu_b\}$. Além disso, devem conter informações sobre as circunstâncias relevantes da implementação.

Circunstâncias relevantes são aquelas que podem afetar o θ . Só assim, os pesquisadores subsequentes terão condições de fazer o θ como uma função das circunstâncias, diminuindo substancialmente $\sigma\{\theta\}$ e, portanto, a chance de tomar decisões incorretas.

AGRADECIMENTOS

Nossos sinceros agradecimentos ao colega Virgílio dos Santos, que revisou de forma meticulosa todo o trabalho, com comentários e sugestões mais do que procedentes e oportunos, melhorando em muito a qualidade do trabalho. Uma contribuição relevante foi a correção feita a um erro constante no próprio artigo “*Crash Modification Factors: Foundational Issues*” [14].

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] “Crash Modification Factors Clearinghouse” – ADOT.
[https://azdot.gov/business/transportation-systems-management-and-operations/operational-and-traffic-safety/crash#:~:text=A%20crash%20modification%20factor%20\(CMF,improvement%20over%20that%20without%20improvement](https://azdot.gov/business/transportation-systems-management-and-operations/operational-and-traffic-safety/crash#:~:text=A%20crash%20modification%20factor%20(CMF,improvement%20over%20that%20without%20improvement)
(Acesso em 25/04/2022)
- [2] “Crash Modification Factors Clearinghouse”.
<http://www.cmfclearinghouse.org/>
(Acesso em 25/04/2022)
- [3] “Crash Modification Factors Clearinghouse: About CMFs”.
<http://www.cmfclearinghouse.org/about.cfm>
(Acesso em 25/04/2022)
- [4] “Better CMFs, Safer Roadways: Tips for Building High-Quality CMFs”.
<http://www.cmfclearinghouse.org/collateral/HighQualityCMFs.pdf>
(Acesso em 25/04/2022)
- [5] “CMF Clearinghouse User Guide”
http://www.cmfclearinghouse.org/collateral/CMF_UserGuide_2021.pdf
(Acesso em 25/04/2022)
- [6] “Highway Safety Manual”, 2010. AASHTO.
- [7] “Crash Modification Factors (CMFs)”. Local and Rural Road Safety Briefing Sheets – FHWA.
https://safety.fhwa.dot.gov/local_rural/training/fhwasa14083/cmf.pdf
(Acesso em 25/04/2022)
- [8] “Introduction to Crash Modification Factors”.
Crash Modification Factors in Practice – FHWA.
<http://safety.fhwa.dot.gov/tools/crf/resources/cmfs/>
(Acesso em 25/04/2022)
- [9] Persaud, B. N.; Retting, R. A.; and Lyon, C.; “Crash Reduction Following Installation of Centerline Rumble Strips on Rural Two-Lane Roads.” Insurance Institute for Highway Safety, Arlington, VA, 2003.
- [10] Bauer, K. M.; Harwood, D. W.; Hughes, W. E.; and Richard, K. R.; “Safety Effects of Narrow Lanes and Shoulder-Use Lanes to Increase Capacity of Urban Freeways.” Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1897, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2004.
- [11] Gross, F.; and Yunk, K.; “Crash Modification Factors: An Overview of Its Applications.” Public Roads. Federal Highway Administration, Washington, D.C., 2011.
- [12] Gross, F.; Hamidi, A.; and Yunk, K.; “Investigation of Existing and Alternative Methods for Combining Multiple CMFs”. Federal Highway Administration, Washington, D.C., 2011.
- [13] Gross, Frank; Hamidi, Ajmal (AJ): “Investigation of Existing and Alternative Methods for Combining Multiple CMFs”. T-06-013, Highway Safety Improvement Program Technical Support – Final Technical Content.

- [14] Hauer, Ezra; Bonneson, James A.; Council, Forrest; Srinivasan, Raghavan; and Zegger, Charles; "Crash Modification Factors: Foundational Issues." *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 2279, Issue 1, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2012.
- [15] Hauer, Ezra; Bonneson, James A.; Council, Forrest; Srinivasan, Raghavan; and Zegger, Charles; "Crash Modification Factors: Foundational Issues." – Manuscript
<file:///C:/Users/sunm/Downloads/1800Crashmodificationfactors.Foundationalissues.pdf> (Acesso em 10/05/2022)
- [16] Elvik, R.; Høy, A.; Vaa, T.; and Sørensen, M.; "The Handbook of Road Safety Measures". Emerald Group Publishing, Bingley, UK, 2009.
- [17] Souza, Adriano Mendonça: "Estimação". Departamento de Estatística. PPGEMQ / PPGE – UFSM.
<http://w3.ufsm.br/adriano/aulas/estim/estim.pdf>
(Acesso em 02/05/2022)
- [18] Hauer, E: "Observational Before-After Studies in Road Safety". Pergamon (currently Emerald), 1997.
- [19] "Highway Safety Manual – Errata February 2012"
American Association of State Highway and Transportation Officials
- [20] Davis, Gary A.: "Explaining Crash Modification Factors: Why It's Needed and How It Might Be Done". *Accident Analysis & Prevention* Volume 131, October 2019, 225-233.
- [21] Ma, Jiaqi; Fontaine, Michael D.; Zhou, Fang; Hu, Jia; Hale, David K.; and Clements, Michael O.: "Estimation of Crash Modification Factors for an Adaptive Traffic-Signal Control System". *Journal of Transportation Engineering*, Volume 142 – Issue 12. December 2016.
- [22] Banihashemi, Mohamadreza; "Optimization of Highway Safety and Operation by Using Crash Prediction Models with Accident Modification Factors". *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* Vol. 2019 – Issue 1, 2007.
- [23] Banihashemi, Mohamadreza: "Maximizing Safety Improvement Benefits in Crash Prediction Models with Accident Modification Factors". *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1908(1):9-18. January 2005.
- [24] Zou, Yaotian; Tarko, Andrew P.: "Barrier-Relevant Crash Modification Factors and Average Costs of Crashes on Arterial Roads in Indiana". *Accident Analysis Prevention* 2018 Feb; 111:71-85.
- [25] Davis, Gary A.: "Crash Reconstruction and Crash Modification Factors". *Accident Analysis and Prevention* 62 (2014) 294–302.
- [26] Shahdah, Usama; Saccomanno, Frank; Persaud, Bhagwant: "Integrated Traffic Conflict Model for Estimating Crash Modification Factors". *Accident Analysis and Prevention* 71 (2014) 228–235.
- [27] Harkey, David L.; Srinivasan, Raghavan; Baek, Jongdae; Council, Forrest M.; Eccles, Kimberly; Lefler, Nancy; Gross, Frank; Persaud, Bhagwant; Lyon, Craig; Hauer, Ezra; Bonneson, James A.: "Accident Modification Factors for Traffic Engineering and ITS Improvements" NCHRP 617.
- [28] Gross, Frank; Persaud, Bhagwant; and Lyon, Craig: "A Guide to Developing Quality Crash Modification Factors". Report No. FHWA-SA-10-032.
- [29] Lee, Chris; Abdel-Aty, Mohamed; Park, Juneyoung; Wang, Jung-Han: "Development of Crash Modification Factors for Changing Lane Width on Roadway Segments Using Generalized Nonlinear Models". *Accident Analysis & Prevention* Volume 76, March 2015, 83-91.

- [30] Carter, Daniel; Srinivasan, Raghavan; Gross, Frank; Council, Forrest: "Recommended Protocols for Developing Crash Modification Factors". NCHRP 20-7(314) Final Report. February 2012.
- [31] Raihan, Asif; Alluri, Priyanka; Wu, Wensong; Gan, Albert: "Estimation of Bicycle Crash Modification Factors (CMFs) on Urban Facilities Using Zero Inflated Negative Binomial Models". Accident Analysis & Prevention Volume 123, February 2019, 303-313.
- [32] Park, Juneyoung; Abdel-Aty, Mohamed, Lee, Chris: "Exploration and Comparison of Crash Modification Factors for Multiple Treatments on Rural Multilane Roadways". Accident Analysis & Prevention 70, 167–177 (2014).
- [33] Lord, Dominique; Bonneson, James A.: "Development of Accident Modification Factors for Rural Frontage Road Segments in Texas". Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, Vol. 2023, Issue 1, 2007.
- [34] Li, Xiugang; Lord, Dominique; Zhang, Yunlong: "Development of Accident Modification Factors for Rural Frontage Road Segments in Texas Using Generalized Additive Models". Submitted to the ASCE Journal of Transportation Engineering. February 25, 2009.
- [35] Bahar, G.: "Methodology for the Development and Inclusion of Crash Modification Factors in the First Edition of the Highway Safety Manual". Transportation Research Circular E-C142. April 2010.
- [36] Osorio, Jesus; Benekohal, Rahim: "Safety Analysis and Crash Modification Factors of an Adaptive Signal Control Technology Along a Corridor". Research Report No. FHWA-ICT-19-001. January 2019.
- [37] James, Bernard; Chen, Yongsheng; Persaud, Bhagwant: "Assessment of the Crash Modification Factors in the Highway Safety Manual for Use in Canada". Paper Prepared for Presentation at the Canada's Road Safety Vision Successor Plan for 2015 and Other Safety Plans Session of the 2010 Annual Conference of the Transportation Association of Canada Halifax, Nova Scotia.
- [38] Lan, Bo; and Srinivasan, Raghavan: "Comparison of Crash Modification Factors for Engineering Treatments Estimated by Before–After Empirical Bayes and Propensity Score Matching Methods". Transportation Research Record 2021, Vol. 2675(1) 148–160. National Academy of Sciences: Transportation Research Board 2020.
- [39] Avelar, Raul; Dixon, Karen; Ashraf, Sruthi; Jhamb, Ankit; and Dadashova, Bahar: "Developing Crash Modification Factors for Adaptive Signal Control Technologies – Technical Summary" FHWA Publication No.: FHWA-HRT-20-073. July 2021.
- [40] Edara, P., Sun; C., Brown; H., Rahmani, R.; Datta, T.: "Development and Application of Work Zone Crash Modification Factors". Contract or Grant No. DTFH61-13-RA-00019. August 2016.
- [41] Park, Juneyoung; and Abdel-Aty, Mohamed A.: "Alternative Approach for Combining Multiple Crash Modification Factors Using Adjustment Function and Analytic Hierarchy Process". Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 2636, 2017, pp. 15–22.
- [42] Galgamuwa, Uditha; Dissanayake, Sunanda: "An Alternative Regression-Based Approach to Estimate the Crash Modification Factors of Multiple Treatments Using Before-and-After Data". Journal of Transportation Technologies, 2018, 8, 273-290.
- [43] Al-Marafi, Mohammad Nour; Somasundaraswaran, Kathirgalingam; Ayers, Ron: "Developing Crash Modification Factors for Roundabouts Using a Cross-Sectional Method". Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition) 2020, 7 (3): 362-374.
- [44] Wang, Jung-Han: "Evaluation of Crash Modification Factors and Functions Including Time Trends at Intersections". Dissertation Submitted of the Requirements for the Degree of doctor of Philosophy, 2016. University of Central Florida.
- [45] Das, Plaban; Park, Seri; and Bhavsar, Parth: "Simulation-Based Framework for Estimating Crash Modification Factors (CMFs): A Case Study for ITS Countermeasures". Journal of Advanced Transportation Volume 2019, Article ID 1980363, 13 pages.

- [46] Elvik, Rune: “Developing Accident Modification Functions: Exploratory Study”. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2103 – Issue 1, 2009.
- [47] Park, Juneyoung: “Exploration and Development of Crash Modification Factors and Functions for Single and Multiple Treatments”. Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the Department of Civil, Environmental and Construction Engineering in the College of Engineering and Computer Science at the University of Central Florida, 2015.
- [48] Elvik, Rune: “Developing an Accident Modification Function for Speed Enforcement”. *Safety Science*, Volume 49, Issue 6, July 2011, 920-925.
- [49] Donnell, Eric; Hanks, Ephraim; Porter, Richard J.; Cook, Lawrence; Srinivasan, Raghavan; Li, Fan; Nguyen, Maggie; Eccles, Kimberly: “The Development of Crash Modification Factors: Highway Safety Statistical Paper Synthesis”. Publication No. FHWA-HRT-20-069. November 2020.
- [50] Bonneson, J.; and Lord, D.: “Role and Application of Accident Modification Factors in the Highway Design Process”. Report No. FHWA/TX-05/0-4703-2. May 2005.
- [51] “Sharing Road Safety: Developing an International Framework for Crash Modification Functions”. Research Report – Summary Document. International Transport Forum. 2012.
- [52] Gross, Frank; and Yunk, Karen: “Using CRFs to Improve Highway Safety”. *Public Roads* – May/June 2009. Issue No: Vol. 72 No. 6. Publication Number: FHWA-HRT-09-004. <https://highways.dot.gov/public-roads/mayjun-2009/using-crf-to-improve-highway-safety>. (Acesso em 26/04/2022)
- [53] Noland, Robert B.; Adediji, Yemi: “Are Estimates of Crash Modification Factors Mis-Specified?” *Accident Analysis & Prevention* Volume 118, September 2018, 29-37.
- [54] Srinivasan, Raghavan; Lyon, Craig; Persaud, Bhagwant; Baek, Jongdae; Gross, Frank; Smith, Sarah; Sundstrom, Carl: “Crash Modification Factors for Changes to Left-Turn Phasing”. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2279, Issue 1, 2012.
- [55] Srinivasan, Raghavan; Lan, Bo; Carter, Daniel; Smith, Sarah; Signor, Kari: “Crash Modification Factors for the Flashing Yellow Arrow Treatment at Signalized Intersections”. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2672, Issue 30, 2018.
- [56] Craig, Lyon; Persaud, Bhagwant; Merritt, David; Cheung, Joseph: “Empirical Bayes Before-After Study to Develop Crash Modification Factors and Functions for High Friction Surface Treatments on Curves and Ramps”. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2674, Issue 12, 2020.
- [57] Avelar, Raul; Dixon, Karen; Ashraf, Sruthi; Jhamb, Ankit; and Dadashova, Bahar: “Developing Crash Modification Factors for Bicycle-Lane Additions While Reducing Lane and Shoulder Widths”. FHWA Publication No.: FHWA-HRT-21-012. July 2021.
- [58] Elvik, Rune; Høy, Alena; Vaa, Truls; Sørensen, Michael: “The Handbook of Road Safety Measures – Second Edition”. Emerald Group Publishing Limited, Bingley, UK (2009)
- [59] Hauer, E.: “Accident Modification Functions in Road Safety”. Proceedings of the 28th Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, London, Ontario, 2000.
- [60] Hauer, E.: “Estimating the Mean and Variance of CMFs and How They Can Be Changed by New Research”. Second Report prepared for the Highway Safety Research Center at the University of North Carolina and Appendix D of Task 1 Report, NCHRP Project 17-48 – Development of a Strategic National Highway Infrastructure Safety Research Agenda. 2011.

- [61] Srinivasan, Raghavan; and Bauer, Karin: "Safety Performance Function Development Guide: Developing Jurisdiction – Specific SPFs". Report No. FHWA-SA-14-005. September 2013.
- [62] Zegeer, Charlie; Lyon, Craig; Srinivasan, Raghavan; Persaud, Bhagwant; Lan, Bo; Smith, Sarah; Carter, Daniel; Thirsk, Nathan J.; Zegeer, John; Ferguson, Erin; Houten, Ron Van; Sundstrom, Carl: "Development of Crash Modification Factors for Uncontrolled Pedestrian Crossing Treatments". Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, Vol. 2636, Issue 1, 2017.
- [63] Murphy, Brian G.; Hummer, Joseph E.: "Development of Crash Reduction Factors for Overhead Flashing Beacons at Rural Intersections in North Carolina". Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, Vol. 2030, Issue 1, 2007.
- [64] Park, Juneyoung; Abdel-Aty, Mohamed; Lee, Jaeyoung; Lee, Chris: "Developing Crash Modification Functions to Assess Safety Effects of Adding Bike Lanes for Urban Arterials with Different Roadway and Socio-Economic Characteristics". Accident Analysis and Prevention 74 (2015) 179–191 (20a5b)
- [65] Avinash, Chaudhari; Jiten, Shah; Arkatkar, Shriniwas; Gaurang, Joshi; Manoranjan, Parida: "Evaluation of Pedestrian Safety Margin at Mid-Block Crosswalks in India". Safety Science (2018).
- [66] Srinivasan, Raghavan; Carter, Daniel; Lyon, Craig; Albee, Matthew: "Safety Evaluation of Horizontal Curve Realignment on Rural, Two-Lane Roads". FHWA-HRT-17-066.
- [67] Abdel-Aty, Mohamed A.; Park, Juneyoung; Wang, Jung-Han; Abuzwidah, Muamer: "Validation and Application of Highway Safety Manual (Part D) and Developing Florida CMF Manual, Phase 2 – Final Report". BDV24-977-05 – May 2016.
- [68] "Expected Roadway Project Crash Reductions for SMART SCALE Safety Factor Evaluation". VDOT (September 2016).
- [69] Alluri, Priyanka; Raihan, Asif; Saha, Dibakar; Wu, Wanyang; Huq, Armana; Nafis, Sajidur; Gan, Albert: "Statewide Analysis of Bicycle Crashes". FDOT Contract No. BDV29-977-23. May 2017.
- [70] Li, Lingyu; Donnell, Eric T.: "Incorporating Bayesian Methods into the Propensity Score Matching Framework: A No-Treatment Effect Safety Analysis". Accident Analysis and Prevention 145 (2020) 105691.
- [71] Haleem, Kirolos; Gan, Albert; Lu, Jinyan: "Using Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) to Develop Crash Modification Factors for Urban Freeway Interchange Influence Areas". Accident Analysis and Prevention 55, 12–21 (2013).
- [72] Segurança Viária. Mestrado Acadêmico 2009, PPGEP / UFRGS. Programa Reativo. Tratamento de Pontos Críticos. Parte 1. https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=http%3A%2F%2Fwww.producao.ufrgs.br%2Farquivos%2Fdisciplinas%2F504_2_seguranca_ptos_criticos_identificacao.pptx&wdOrigin=BROWSELINK. (Acesso em 04/05/2022)
- [73] Ferreira, Sara; e Couto, António: "Método Probabilístico para Identificação de Zonas de Acumulação de Acidentes". Manuscrito recebido em 04/09/2013 e aprovado para publicação em 23/09/2013. Este artigo é parte de TRANSPORTES v. 21, n. 3, 2013. ISSN: 2237-1346 (online). TRANSPORTES v. 21, n. 3 (2013) p. 48–55. DOI:10.4237/transportes.v21i3.683.
- [74] Xavier, Vanessa Jámille Mesquita; Cunto, Flávio José Craveiro. "Análise Comparativa das Medidas de Desempenho da Segurança Viária para Seleção de Interseções Críticas". XXIX Congresso Nacional de Pesquisa em Transporte da ANPET. Ouro Preto, 9 a 12 de Novembro de 2015.
- [75] Silva, Karla Cristina Rodrigues: "Aplicação do Modelo de Previsão de Acidentes do HSM em Rodovias de Pista Simples do Estado de São Paulo". Dissertação Apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo. 2011.

- [76] Silva, Karla Cristina Rodrigues; Ferraz, Antonio Clóvis Pinto: “Transferabilidade e Aplicação do Modelo de Previsão de Acidentes do HSM para Segmentos de Rodovias de Pista Simples”. 34º Congresso de Pesquisa e Ensino em Transporte da ANPET. 16 a 21 de Novembro de 2020.
- [77] Ming, Sun Hsien: “O Fenômeno da Regressão para a Média em Estudos Observacionais de Segurança de Tráfego do Tipo ‘Antes – Depois’”. Nota Técnica 224.
<http://www.cetsp.com.br/media/135475/nt224o%20fenomeno%20da%20regressao%20para%20a%20media.pdf>. (Acesso em 10/05/2022)